RISPOSTE AI PROBLEMI

Capitolo 1

1.1. Rispettivamente +90° e –90°.

1.2. Al polo geografico Nord. Al polo geografico Sud.

1.3. Perché, come si vede dalla fig. 4, l'equatore e l'orizzonte giacciono su piani intersecantisi (coincidono solo ai poli). Perciò la distanza tra punti appartenenti ad essi non sarà costante, ma avrà un massimo (pari, appunto, al complementare della latitudine locale) ed un minimo (zero gradi, dove si intersecano).

1.4. Dalla fig. 5 si vede che l'altezza massima del polo Sud è pari alla latitudine del luogo cambiata di segno (il polo Sud è sotto l'orizzonte).

1.5. La 1) e la risposta alla domanda dell'esercizio precedente non cambiano, mentre la 2) diviene: l'altezza massima dell'equatore è pari alla latitudine del luogo d'osservazione più 90°.

1.6. Le altezze cercate sono, nell'ordine: +90°, +66°33', +42°, +23°27', 0°, –23°27', –66°33', –90°.

1.7. La risposta ad entrambe le domande è: i poli celesti. Le loro altezze sono infatti sempre pari rispettivamente alla latitudine locale e alla latitudine locale più 90°, mentre i loro azimut sono rispettivamente di 0° e 180°.

1.8. Compie 366 giri: 365 su sé stessa ed uno intorno al Sole.

1.9. Alle $19^h\ 56^m$ circa; Alle $18^h\ 00^m$ circa. Infatti, un giorno siderale è circa 4^m più corto di un giorno solare.

Capitolo 2

2.1. Poiché il polo celeste si sposta di 50" all'anno, per fare un giro completo impiegherà (360°/ 0°0'50") ≅ 26000 anni.

2.2. In quattrocento anni gregoriani ci sono 97 anni bisestili (anziché 100, come nel calendario giuliano) e 303 anni normali; perciò la durata media di un anno è di $(365 \times 303 + 366 \times 97) / 400 = 365^d\ 5^h\ 49^m\ 12^s$, ossia solo 27 secondi più dell'anno tropico.

2.3. La data del 21 marzo venne fissata dal Concilio di Nicea (325 d.C.); nei 370 anni trascorsi dal 45 a.C., l'equinozio ha anticipato di $370 \times 11^m\ 5^s = 69^h\ 22^m\ 30^s$. Perciò, ai tempi di Giulio Cesare, l'equinozio di primavera cadeva circa 3 giorni <u>dopo</u>, ossia il 24 marzo.

2.4. Alle 12^h del 1° gennaio 1999 la data giuliana è (2451000) + 179 + 1 = 2451180,00. Quando sono le 0^h mancano ancora 12/24 di giorno per arrivare a quella data, e perciò JD = 2451179,50.

2.5. Si può far riferimento alla posizione del Sole rispetto all'equatore celeste, la cui altezza è determinabile per quanto detto al § 1.2. Si ha:

	Equinozio Primavera	**Solstizio Estate**	**Equinozio Autunno**	**Solstizio Inverno**
Polo Nord	0°	23°27'	0°	–23°27'
Circolo Polare Artico	23°27'	46°54'	23°27'	0°
Roma	48°	71°27'	48°	24°33'
Tropico del Cancro	66°33'	90°	66°33'	43°06'
Equatore	90°	66°33'	90°	66°33'
Tropico del Capricorno	66°33'	43°06'	66°33'	90°
Circolo Polare Antartico	23°27'	0°	23°27'	46°54'
Polo Sud	0°	–23°27'	0°	23°27'

2.6. Utilizzando il metodo esposto si trova che all'inizio del transito il tempo siderale locale è $23^h\ 27^m\ 43^s$. In quell'istante sarà sopra l'orizzonte l'arco di equatore celeste compreso tra le ascensioni rette $23^h\ 27^m\ 43^s - 6^h = 17^h\ 27^m\ 43^s$ (ad Ovest) e $23^h\ 27^m\ 43^s + 6^h = 5^h\ 23^m\ 27^s$ (ad Est). Venere, che ha $\alpha = 5^h\ 07^m$ e non è molto distante dall'equatore celeste, risulta perciò visibile, e poiché è appena sorta si manterrà sopra l'orizzonte per le prossime 12 ore circa. Anche senza calcolare il tempo siderale locale per la fine del transito, si può concludere che il fenomeno sarà osservabile integralmente da Roma.

Capitolo 3

3.1. Rispettivamente al tramonto e all'alba (ricordare che la Terra ruota da Ovest verso Est).

3.2. Mercurio 116^d; Venere 584^d; Marte 780^d; Giove 399^d; Saturno 378^d; Urano $369^d,7$; Nettuno $367^d,5$; Plutone $366^d,7$.

3.3. Dalla fig. 20 si ha immediatamente che $x_f = (r_a - r_p)/2$, ed $a = (r_a + r_p)/2$; pertanto $e = (r_a - r_p) / (r_a + r_p)$. Risolvendo il sistema costituito dalle ultime due relazioni si ottiene $r_a = a \cdot (1+e)$ ed $r_p = a \cdot (1-e)$.

Capitolo 4

4.1. Al novilunio, la Luna sorge e tramonta insieme al Sole. Al plenilunio, la Luna sorge quando il Sole tramonta e tramonta quando il Sole sorge. Al primo quarto la Luna si trova in meridiano quando il Sole tramonta, mentre all'ultimo quarto vi si trova quando il Sole sorge.

4.2. Nel suo moto, la Luna compie 360° in $27^d\ 7^h\ 43^m$, perciò 3'11" vengono percorsi in $5^m\ 48^s$. Questo è lo spostamento giornaliero (anticipo) della linea dei nodi. In un mese draconico, D, si accumula un anticipo di $5^m\ 48^s \times D$. Indicando allora con M la durata del mese siderale, D si ottiene tramite la relazione:

$$M - D \times 5^m\ 48^s = D$$

Risolvendo si ha $D \cong 27^d\ 5^h\ 5^m$.

4.3. Se la linea dei nodi si sposta di 3'11" al giorno, per fare 360° occorreranno 360°/0°3'11" = 6785^d, equivalenti a circa 18,6 anni.

4.4. Rispettivamente 70°36' (42° + 28°36') di altezza massima e 13°24' (42° − 28°36') di minima quando il nodo ascendente coincide con il punto d'Ariete; 60°36' (42° + 18°36') e 23°24' (42° − 18°36') quando è il nodo discendente a coincidere con il punto d'Ariete.

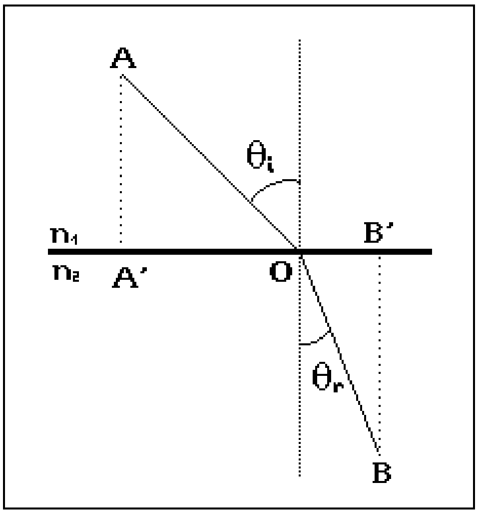
4.5. Ricordando (cfr. Problema 3.3) che $r_a = a \cdot (1 + e)$ e che $r_p = a \cdot (1 - e)$, si ha subito che r_a = 405'500 km e r_p = 363'300 km circa.

4.6. Perché in 18 anni ci possono essere quattro o cinque anni bisestili: se ce ne sono quattro, 6585 giorni equivalgono a 18 anni e 11 giorni, se ce ne sono cinque equivalgono a 18 anni e 10 giorni.

4.7. Tra le due eclissi ci sono $6585^d\ 8^h$ di differenza. In 8^h, la Terra ruota di 8 × 15° = 120°, e perciò al saros successivo l'eclisse sarà visibile in regioni situate 120° di longitudine più a Ovest.

4.8. Considerando che il diametro apparente della Luna varia tra un minimo di 29'56" (all'apogeo) e un massimo di 33'29" (al perigeo), basta impostare la proporzione: se la Luna compie 360° in un mese siderale, percorrerà il suo diametro apparente minimo/massimo in un tempo *x*. A conti fatti, si ottengono i valori minimo e massimo di circa $54^m\ 31^s$ e $1^h\ 00^m\ 59^s$.

Capitolo 5



5.1. Dalla relazione n = c / v, possiamo ricavare le espressioni delle velocità v_1 e v_2 della luce nei due mezzi, e quindi del *tempo totale di percorrenza* tra i due punti fissi A e B

$$t_p = \frac{AO}{v_1} + \frac{OB}{v_2} = \frac{n_1 \cdot AO + n_2 \cdot OB}{c}$$

Applicando il teorema di Pitagora si ha:

$$AO = \sqrt{A'A^2 + A'O^2} \qquad OB = \sqrt{B'O^2 + B'B^2}$$

Indicando come incognita x del problema il segmento A'O, poniamo

$$A'O = x \qquad OB' = A'B' - x$$

quindi t_p diventa

$$t_p = \frac{1}{c} \cdot \left(n_1 \sqrt{A'A^2 + x^2} + n_2 \sqrt{(A'B' - x)^2 + B'B^2} \right)$$

Dovendo *minimizzare* il tempo di percorrenza, deriviamo l'espressione di t_p rispetto all'incognita x e la uguagliamo a zero:

$$\frac{dt_p}{dx} = \frac{1}{c} \cdot \left(\frac{n_1 x}{\sqrt{A'A^2 + x^2}} - \frac{n_2 (A'B' - x)}{\sqrt{(A'B' - x)^2 + B'B^2}} \right) = 0$$

Applicando semplici relazioni di trigonometria piana ai cateti dei due triangoli rettangoli AA'O e BB'O, si può riscrivere la suddetta equazione eliminando il fattore comune 1 / c

$$n_1\, sen\, \boldsymbol{q}_i - n_2\, sen\, \boldsymbol{q}_r = 0$$

che è proprio l'espressione della *legge di Snell*, c.v.d.

Capitolo 7

7.1. La Luna è visibile di sera, dopo il tramonto del Sole, immediatamente dopo il novilunio e prima del plenilunio. Per avere una buona visione del terminatore è perciò opportuno effettuare l'osservazione quando l'età della Luna è compresa tra 2-3 giorni e 11-12 giorni.

7.2. La mappa di Gennaio (numero 1). Infatti, la mappa di Febbraio (M = 2) rappresenta il cielo del 18 Febbraio alle $(21^h - 18 \times 4^m) = 19^h\ 48^m$. Si ha poi $N = (18^h - 19^h\ 48^m) / 2 = -0^h\ 54^m = -0^h{,}9$ arrotondato a -1^h, e quindi M + N = 2 − 1 = 1.

7.3. La mappa di Settembre. Procedendo come per il problema precedente, la mappa di Agosto (M = 8) è esatta alle $19^h\ 36^m$ del 21 Agosto. Poiché in Agosto è in vigore l'ora legale, le 23^h locali sono in realtà le 22^h e perciò N = ... = 1,2 arrotondato a +1. Così risulta M + N = 8 + 1 = 9.

7.4. E' $(2{,}511886)^5 = 100$ volte più luminosa. Il fattore 2,511886 venne scelto proprio perché ci si accorse che una stella di magnitudine 1 nella scala di Tolomeo era mediamente 100 volte più luminosa di una di magnitudine 6.

7.5. *Mizar* (ζ Ursae Maioris, mag. 2,3), la seconda stella del timone, ha una compagna di mag. 4 di nome *Alcor*, separata da essa da una distanza angolare di quasi 12', cioè circa 1/3 del diametro della Luna piena. Poiché 80 anni luce ci separano da loro, l'effettiva distanza tra Mizar ed Alcor è pari a circa 15'000 volte la distanza Terra-Sole. Se perciò Mizar ed Alcor fossero effettivamente legati gravitazionalmente, il loro periodo di rivoluzione sarebbe di qualche milione di anni: per questo non è stato ancora possibile chiarire se questi astri formano una doppia visuale o una doppia ottica. Certo è invece che Mizar è una doppia visuale, avendo una compagna (*Mizar B*) di mag. 3,9 separata però di soli 14" (v. Tabella 7.2) e ruotante intorno ad essa all'incirca in 10'000 anni. E non è tutto: Mizar è un sistema doppio, mentre Mizar B è addirittura triplo! In entrambi i casi, tuttavia, solo la spettroscopia riesce a rivelare tale natura.

7.6. Il metodo migliore per osservare una stella variabile consiste nel procurarsi una mappa dettagliata della zona di cielo immediatamente circostante la stella. Su di essa si riportano le magnitudini delle stelle vicine, in particolare di quelle la cui luminosità è comparabile con quella della stella variabile. In ogni osservazione (da ripetere ad intervalli di tempo tanto più vicini quanto più rapidamente la stella varia luminosità), si eseguirà una stima della magnitudine della variabile confrontandola con quelle delle stelle vicine, e si riporterà il valore su un diagramma cartesiano in cui in ascissa si segnerà la data e in ordinata la magnitudine. Dopo un adeguato numero di osservazioni si potrà tracciare la curva di variazione della luminosità della stella.

Appendice A

A.1. Applicando la formula di interpolazione lineare si ottiene $15^h\ 47^m\ 21^s,5$. Confrontando questo valore con quello esatto calcolato dal computer $15^h\ 47^m\ 19^s,0$, si vede che abbiamo commesso un errore di $+2^s,5$ che è accettabile per le osservazioni.

Appendice C

C.1. $TSML_C = 5^h\ 54^m$; $TSML_T = 11^h\ 27^m$; $TSML_S = 0^h\ 21^m$.

C.2. Milano 12:23; Atene 12:26; Miami 12:20; Tokyo 11:42; Buenos Aires 12:53.

C.3. T_S = 6:58; T_C = 17:22. Gli almanacchi danno rispettivamente 7:07 e 17:41. Questa differenza è dovuta al fatto che normalmente si calcolano dei tempi corretti per la rifrazione atmosferica e che, nel caso del Sole (e anche della Luna), si riferiscono al sorgere e al tramontare rispettivamente del lembo superiore e inferiore.

Appendice D

D.1. 2449280,3125; 2450376,404167; 2440431,5; 2477646,25.

D.2. $t - \Delta T$ rappresenta il Tempo Universale; 07:03; 09:16; 06:05; 21:25

D.3. 05:30 del 20; 07:42 del 20; 10:00 del 29; 04:00 del 19.

Appendice E

E.1. Dalla fig. E.1, prolungando il segmento ST dalla parte della Terra, ci si può rendere conto facilmente che $\sigma = 180° + \beta$.

E.2. La differenza è che la longitudine geocentrica si misura sul piano dell'eclittica mentre l'ascensione retta si misura sull'equatore celeste che (*repetita iuvant!*) è inclinato rispetto all'eclittica di 23°27' per via dell'inclinazione dell'asse terrestre.

E.3. In quell'istante l'ora siderale a Roma è $18^h\ 19^m\ 05^s$ (v. esempio di calcolo al § 2.6), e perciò gli astri prossimi all'equatore celeste aventi ascensione retta compresa tra circa $12^h\ 19^m\ 95^s$ (orizzonte Ovest) e $0^h\ 19^m\ 05^s$ (orizzonte Est) saranno visibili. Giove, quindi, avendo $\alpha = 2^h\ 04^m$, non è visibile, ma sorgerà nel giro di un paio d'ore.

E.4. Poiché β = 352°,078, la longitudine geocentrica del Sole è σ = 172°,078. La tabella E.3 ci dice che tale valore corrisponde ad $\alpha = 11^h\ 30^m$ circa. Ciò significa che il Sole, in quell'istante, è da poco tramontato.