APPENDICE C

IL PROBLEMA DEL SORGERE, DEL TRANSITO E DEL TRAMONTARE

> ...Giosué disse al Signore sotto gli occhi di Israele:
> Sole, fermati in Gabaon
> e tu, luna, sulla valle di Aialon.
> Si fermò il sole
> e la luna rimase immobile...
>
> (Giosuè *10, 12-13*)

C.1 Definizione del Problema

In riferimento all'orizzonte locale, un astro *sorge* o *tramonta* quando la sua altezza H sull'orizzonte è nulla; *culmina*, invece, quando la sua altezza H è massima e questo avviene, come si vede dalla figura C.1, quando *transita al meridiano* locale dell'osservatore. Si definisce *angolo orario* di un oggetto celeste Σ l'angolo τ, misurato da sud verso ovest sull'equatore celeste, che il meridiano locale forma con il meridiano che passa per l'astro.
Ricordando la definizione di Tempo Siderale Medio Locale (TSML, vedi §2.4) è immediato riscontrare che

$$\tau = \mathrm{TSML} - \alpha$$

essendo α l'ascensione retta.

Tra azimut A, altezza H, angolo orario τ, declinazione δ e latitudine ϕ esiste una semplice (!) relazione

$$sen\mathrm{H} = sen\phi \cdot sen\delta + cos\phi \cdot cos\delta \cdot cos\tau$$

che, pur appartenendo alla trigonometria sferica[1], si può ricavare con un po' di pazienza (lo lasciamo per esercizio al lettore) dai teoremi di geometria e trigonometria piana, una volta proiettata la sfera celeste sul piano orizzontale.

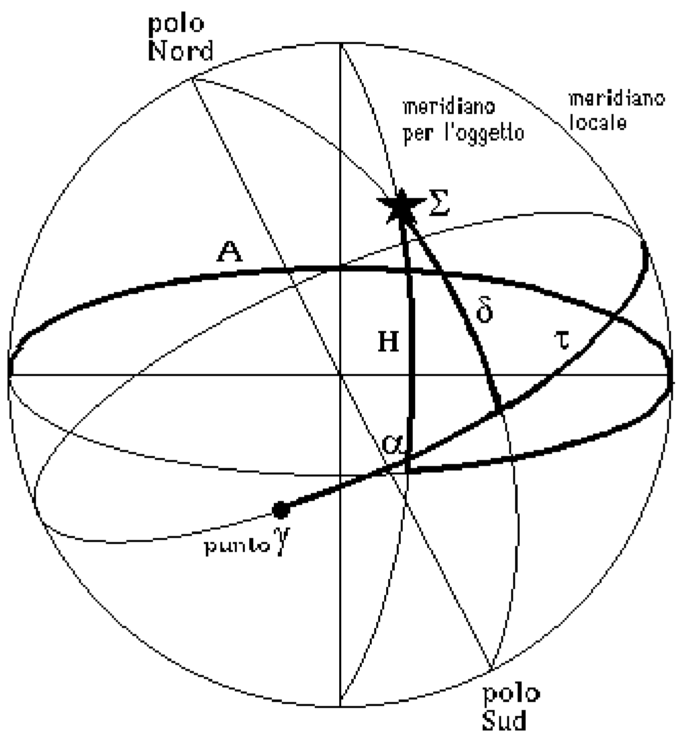
[1] Disciplina che si occupa delle proprietà di angoli e triangoli su *spazi sferici*, anziché piani.

Sapere quando un astro sorge, transita al meridiano e tramonta serve per conoscere la “finestra” di visibilità dell’oggetto celeste in questione, cioè se questo è osservabile e quali sono le ore migliori per osservarlo. Nel caso particolare del Sole e della Luna tali dati, forniti anche dai comuni calendari o nei notiziari meteorologici alla radio e alla tv, assumono importanza rilevante per quanto riguarda la determinazione delle ore di luce, la navigazione, la previsione delle maree, ecc.

In generale non è un problema di immediata risoluzione se non si dispone di adeguati strumenti di calcolo. E’ evidente che al transito sul meridiano l’angolo orario di un astro è nullo, mentre al sorgere e al tramontare è nulla la sua altezza, quindi, ponendo H = 0° nella relazione precedente, si ottiene:

$$\cos\tau = -\tan\phi \cdot \tan\delta$$

Ricordiamo che, per le convenzioni da noi assunte, τ è positivo al tramontare e negativo al sorgere.



Riferimenti locali ed equatoriali per un oggetto

Figura C.1

C.2 Risoluzione Generale del Problema

Una volta determinato τ l'unica difficoltà è calcolare l'ora civile corrispondente ai tre momenti del sorgere, del transito e del tramontare. Nel caso più semplice in cui l'astro è una stella "fissa" oppure un pianeta che si suppone abbia spostamenti "trascurabili" nell'arco di 24 ore, prima di tutto si calcolano o si ricavano dalle apposite tabelle l'ascensione retta α e la declinazione δ dell'oggetto, riferite, se si tratta di un pianeta, ad un tempo qualsiasi, per esempio alle 0^h TU del giorno in questione.

Come si deduce dalla figura che rappresenta tutti i possibili riferimenti angolari per l'astro Σ in questione, essendo al culmine $\tau = 0^h$, allora Σ transita sul meridiano locale quando il Tempo Siderale Medio Locale è pari alla sua l'ascensione retta α.

$$TSML_C = \alpha$$

L'angolo orario al sorgere e al tramontare di Σ si calcola con la formula

$$\tau = \pm\, arccos(-tan\phi \cdot tan\delta) \;/\; 15$$

che ci dà τ espresso in ore se la funzione *arccos* restituisce un valore in gradi[2]. Si prende il segno positivo per il tramontare e quello negativo per il sorgere.

Tenendo sempre presente la figura C.1, il TSML al tramontare è

$$TSML_T = \alpha + \tau$$

mentre al sorgere è

$$TSML_S = \alpha - \tau$$

Rimane da calcolare il tempo civile corrispondente ai tre tempi siderali; si può applicare in maniera inversa il procedimento esposto nel §2.5 oppure invertire la formula data nell'appendice D, con tutte le cautele necessarie sui segni e sul numero di cifre decimali necessarie. Si lascia il calcolo alla buona volontà del lettore...

---

[2] Se *arccos* restituisse il valore in *radianti* anziché in gradi (come accade per le funzioni implementate nei linguaggi di programmazione dei personal computer), bisognerebbe moltiplicare il risultato prodotto da *arccos* per il fattore di conversione $180/\pi$ (vedi § B.2.5).

Problema C.1. Calcolare i tempi siderali al sorgere, al transito sul meridiano locale e al tramontare della stella variabile irregolare α Orionis, di ascensione retta $5^h\ 54^m$ e declinazione 7°24', per la latitudine media dell'Italia centrale $\phi = 42°$.

C.3 Il Sorgere, il Transito e il Tramontare del Sole

C.3.1 I Fusi Orari

Calcolare l'ora civile alla quale il Sole raggiunge la massima altezza sull'orizzonte è un problema risolubile immediatamente nota la longitudine λ del luogo di osservazione. Questo caso si differenzia in pratica da quello generale esposto nel §C.2 poiché, per definizione, il Sole transita sul meridiano alle 12^h locali.

Per *ora locale* si intende l'angolo orario, misurato da Sud verso Ovest che il Sole forma con il meridiano dell'osservatore. E' evidente che **osservatori situati alla stessa longitudine, cioè sullo stesso meridiano, avranno il medesimo tempo locale qualunque sia la loro latitudine, mentre osservatori situati a diversa longitudine avranno differente ora locale anche a parità di latitudine; in particolare l'ora locale dell'osservatore situato più a Ovest sarà in anticipo rispetto a quella di un altro situato più ad Est.**

Convenzionalmente si è divisa la Terra in 24 *fusi* di 15°, cioè 1^h, di ampiezza e ad ognuno di essi si è assegnato un orario corrispondente all'ora locale del meridiano centrale del fuso. Il tempo del meridiano 0° che passa per Greenwich, detto GMT (*Greenwich Mean Time*) è stato assunto come *Tempo Universale* (TU) di riferimento per tutti gli eventi, astronomici e non (vedi §2.5).

Osservando la carta dei fusi riportata più avanti, si noterà che i confini tra le varie zone orarie sono stati scelti in modo convenzionale per adattarli ai confini nazionali e regionali. In quasi tutti gli stati dell'Europa vige lo stesso tempo civile TMEC (Tempo Medio dell'Europa Centrale), ad eccezione di Portogallo e Gran Bretagna (TMEC−1) e di Finlandia e Grecia (TMEC+1). Negli USA continentali vigono ben quattro ore civili differenti; se a New York sono le 20:00 ET (Eastern Time), a Chicago sono le 19:00 CT (Central Time), a Denver le 18:00 MT (Mountain Time) e a Los Angeles le 17:00 PT (Pacific Time). L'Arabia, l'Iran, l'Afghanistan, l'India, il Bangladesh, la Birmania e la Tasmania, per motivi diversi, adottano un tempo civile spostato di 30^m rispetto al fuso di appartenenza.

Molti paesi nei mesi primaverili ed estivi aumentano di 1^h il tempo civile standard del loro fuso orario. In Europa, come stabilito dall'ultima convenzione comunitaria (che scade nel '96), vige l'*ora legale* a partire dall'ultima domenica di marzo fino all'ultima domenica di ottobre. Negli USA vige il DST (*Daylight Saving Time*) dalla prima domenica di aprile all'ultima di ottobre.

Convenzionalmente i fusi orari sono indicati con un numero che rappresenta la differenza oraria rispetto al GMT, positiva ad Est (longitudini positive) e negativa a Ovest (longitudini negative).

Muovendosi di 360° verso Ovest o verso Est si attraversano tutti e 24 i fusi orari e si ritorna a quello di partenza; ci deve perciò essere un meridiano oltre il quale cambia convenzionalmente la data, altrimenti (provare per credere...) i conti non tornano, come notò Phileas Fogg al ritorno del suo *Giro del mondo in ottanta giorni*! La *linea del cambiamento di data* passa irregolarmente (per non attraversare terre emerse) nello stretto di Bering, tra la Russia orientale e l'Alaska ed è tale che, attraversandola da Ovest ad Est, si torna indietro di un giorno.

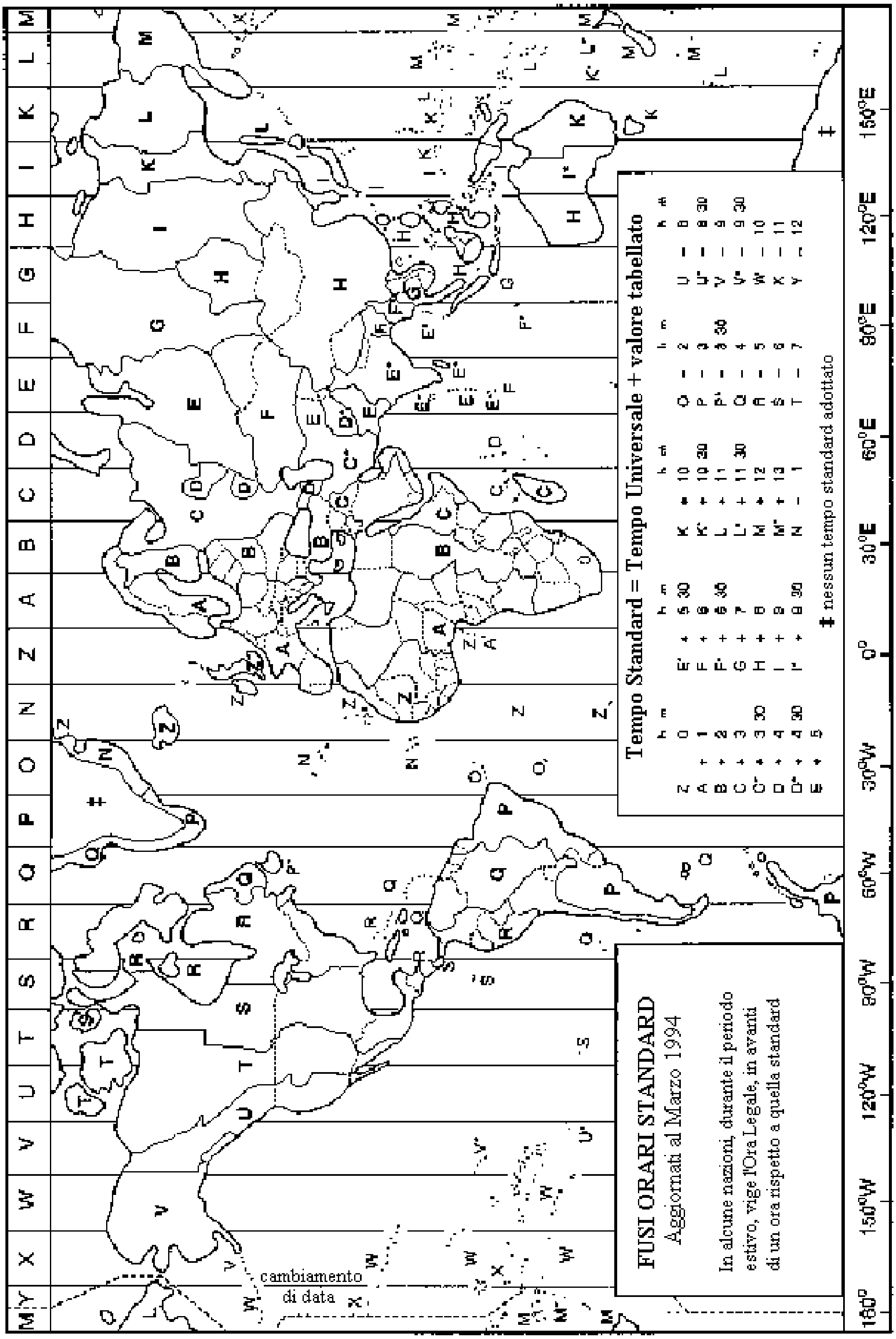
Nella tabella sono indicate le longitudini in gradi+decimali e le differenze orarie per alcune città del mondo. Ricordiamo che secondo la convenzione recentemente adottata dagli astronomi, le longitudini Est sono positive, mentre quelle Ovest sono negative.

Tabella C.1 - I Fusi Orari

Città	**Longitudine**	**Fuso orario**
Lisbona	–9°,08	0
Madrid	–6°,41	+ 1
Dublino	–6°,16	0
Greenwich (Londra)	0°	0
Parigi	+2°,20	+1
Ginevra	+6°,10	+ 1
Roma	+12°,30	+ 1
Berlino	+13°,22	+ 1
Vienna	+16°,22	+ 1
Atene	+23°,43	+ 2
Helsinki	+24°,58	+ 2
Il Cairo	+31°,15	+ 2
Nairobi	+36°,49	+ 3
Teheran	+51°,26	+ 4
New Delhi	+77°,12	+5:30
Jakarta	+106°,49	+ 7
Perth	+115°,50	+ 8
Tokyo	+139°,46	+ 9
Melbourne	+145°,00	+10
Wellington	+174°,51	+12
Anchorage	–149°,53	–10

Los Angeles	–118°,14	– 8
Denver	–104°,59	– 7
Chicago	– 87°,30	– 6
New York	– 74°,00	– 5
Caracas	– 66°,55	– 4
Rio de Janeiro	– 43°,14	– 3

MAPPA MONDIALE DEI FUSI ORARI



C.3.2 Il Transito del Sole sul Meridiano Locale

Come si è detto nel primo paragrafo, la risoluzione del problema del transito del Sole è immediata. Alle 12^h locali, infatti, la nostra stella raggiunge la massima altezza sull'orizzonte che, come è facile dedurre dalla figura C.1, vale $(90° - \phi + \delta)$, essendo δ la declinazione del Sole in quell'istante e ϕ la latitudine.

Indichiamo con λ la longitudine del luogo espressa in ore e con ΔT la differenza oraria del fuso orario locale rispetto al GMT. Le 12^h locali corrispondono alle $(12^h - \lambda)$ GMT (o TU), ossia alle ore $(12^h - \lambda + \Delta T)$ dell'ora civile del luogo di osservazione. Il Sole culmina, quindi, al tempo civile

$$T_C = 12^h - \lambda + \Delta T$$

Esempio. Calcolare a che ora culmina il Sole il 10 agosto a Roma alla longitudine +12°,5.

$\lambda = 12°,5 / 15 = 0^h,8333333333$
$\Delta T = +2$ (il 10 agosto in Europa vige l'ora legale!)
$TC = 12^h - 0^h,8333333333 + 2^h = 13^h,16666667$

Il Sole culmina alle 13:10 circa.

Problema C.2. Calcolare a che ora culmina il Sole in inverno nelle seguenti località:

	longitudine	*DT*
Milano	+ 9°,12	+1
Atene	+ 23°,43	+2
Miami	- 80°,12	-5
Tokyo	+139°,46	+9
Buenos Aires	- 58°,27	-3

C.3.3 Il Sorgere e il Tramontare del Sole.

Noto l'angolo orario τ del Sole al suo sorgere e al suo tramontare, ricavato con la formula data nel §C.2 che qui ripetiamo per comodità

$$\tau = \pm\, arccos(-tan\phi \cdot tan\delta) \;/ 15$$

è facile osservare che τ è proprio la "distanza oraria" del Sole rispetto alle 12^h locali .

Il problema non è così semplice come quello del transito esposto nel paragrafo precedente. Per calcolare τ bisogna conoscere la declinazione del Sole e questa non è costante come quella delle stelle fisse, ma dipende dal tempo; quindi dovremmo conoscere δ proprio negli istanti del sorgere e del tramontare che a loro volta sono proprio quelli che vogliamo calcolare! Visto, comunque, che la declinazione non varia poi così tanto tra l'alba e il tramonto, la supporremo costante e pari al valore che assume alle 0^h TU così da poterla ricavare direttamente dagli almanacchi.

Utilizzando la formula per ricavare il tempo civile di culminazione del Sole data nel §C.3.2, si verifica facilmente che il Sole sorge alle

$$T_S = 12^h - \lambda + \Delta T - \tau$$

e tramonta alle

$$T_T = 12^h - \lambda + \Delta T + \tau$$

Problema C.3. Calcolare T_S e T_T a Roma (λ = +12°,5; ϕ = +42°) il 14 febbraio 1997, assumendo per il Sole una declinazione δ = –12°,92.

C.4 Limiti dei Metodi di Calcolo

I metodi descritti nei §C.2 e §C.3 risolvono il problema del sorgere, del transito al meridiano e del tramontare in modo *geometrico*, senza tenere conto della *rifrazione atmosferica* e del *diametro apparente* degli astri.

Per effetto dell'atmosfera, i raggi luminosi vengono incurvati in modo tale che, **all'istante in cui noi vediamo l'astro apparire sopra l'orizzonte esso non è ancora sorto e all'istante in cui lo vediamo scomparire, esso è già tramontato** (vedi fig. C.2).

Inoltre, per il Sole e per la Luna noi consideriamo convenzionalmente come istante del sorgere o del tramontare *apparente* quello in cui compare o scompare il lembo superiore del disco.

Volendo, quindi, essere più precisi, possiamo calcolare l'angolo orario con le seguenti formule corrette (che non dimostreremo...)

$$t = \pm\, arccos\left(-\frac{0,00989 + sen\, f \;\; sen\, d}{cos\, f \; cos\, d} \right) / \, 15 \qquad \text{per stelle e pianeti}$$

$$t = \pm\, arccos\left(-\frac{0{,}01454 + sen\, f \;\; sen\, d}{cos\, f \; cos\, d} \right) / \, 15 \qquad \text{per il Sole}$$

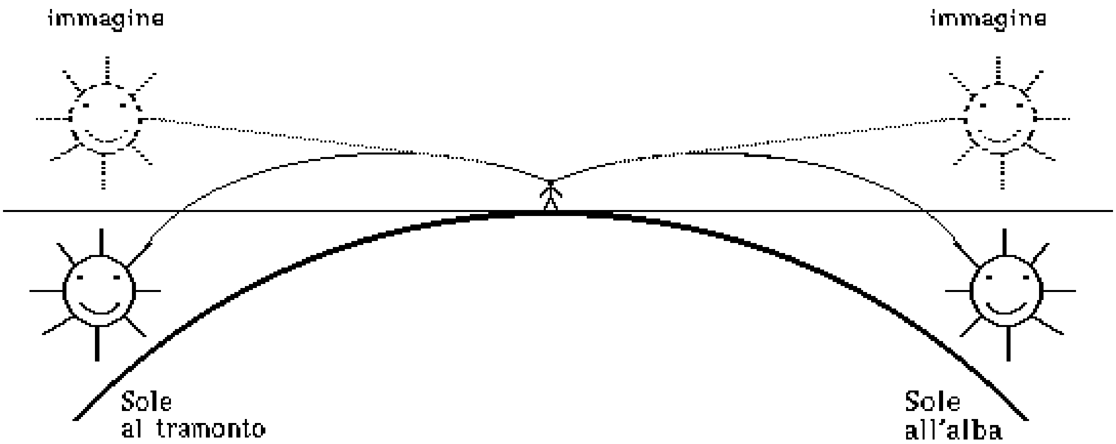


Figura C.2

Nel caso della Luna si deve tenere conto anche della *parallasse orizzontale*, cioè dello spostamento della sua declinazione che si ha al variare della latitudine[3]. Inoltre la Luna si sposta nel cielo di circa 13° in 24^h e questo non rende più trascurabile la variazione di δ tra il suo sorgere e il suo tramontare.

Se si volesse usare nel calcolo di τ la declinazione "più esatta" possibile, si dovrebbe prima calcolare τ assumendo $\delta = \delta_0$ pari alla declinazione calcolata per un'ora qualsiasi del giorno, meglio se all'ora più vicina a quella stimata per il sorgere o il tramontare; con il valore τ_0 ottenuto si procede con due calcoli distinti, uno per il sorgere e uno per il tramontare. Supponendo di voler calcolare l'ora del sorgere, si ricava $T_S(\tau_0)$ e con questo si determina un nuovo valore δ_1 per la declinazione dell'astro e il corrispondente angolo orario τ_1; quest'ultimo lo si usa per calcolare $T_S(\tau_1)$ e si ripete in modo iterativo tutto il procedimento per n volte fino a quando la differenza

$$\Delta T_S = T_S(\tau_n) - T_S(\tau_{n-1})$$

[3] Spostandosi lungo un meridiano, cambia la *declinazione apparente* della Luna sulla volta celeste; lo scostamento tra la declinazione apparente e quella *geocentrica* (vista da un ipotetico osservatore al centro della Terra) è detta *parallasse orizzontale*.

è dell’ordine di qualche secondo. Per calcolare T_C si procede in modo del tutto analogo. Il numero n dei passi necessari per il calcolo dipende da quanto si è stimato correttamente il valore δ_0.